6. FOL: istruzioni per l'uso

Sommario

- Nelle lezioni precedenti abbiamo introdotto un importante linguaggio simbolico della logica: il linguaggio del primo ordine
- Nel seguito del corso sarà importante imparare a utilizzare questo linguaggio per esprimere concetti via via più complessi
- Come primo passo, in questa lezione analizziamo un certo numero di traduzioni da enunciati del linguaggio ordinario a formule FOL

Proposizioni atomiche

- Le proposizioni atomiche (ovvero, le formule formate da una costante predicativa nullàdica) vengono utilizzate per rappresentare proprietà del mondo che sono globali, in quanto non riguardano specifici individui:

piove	Piove()
fa freddo	FaFreddo()
è notte	Notte()
è inverno	Inverno()
è giovedì	Giovedì()

- un enunciato come *d'inverno fa freddo* viene prima tradotto in *se è inverno, allora fa freddo* e poi formalizzato come

  Inverno() $\rightarrow$ FaFreddo()

Connettivi non booleani

- I connettivi booleani sono quei connettivi il cui significato si può ricondurre al solo modo di operare sui valori di verità
- Molti connettivi del linguaggio ordinario (come *ma*, *invece*, *quindi*, *perché* e così via) non sono connettivi booleani, perché il loro significato va al di là del loro modo di operare sui valori di verità
- Consideriamo ad esempio l'enunciato

  piove ma non fa freddo

  Questo enunciato è vero quando piove e non fa freddo, tuttavia il suo significato non si riduce a questo: l'uso del connettivo avversativo *ma* suggerisce anche che di solito, per lo meno nell'attuale mondo del discorso, quando piove fa freddo

Connettivi non booleani (2)

- Se trascuriamo questo aspetto e ci limitiamo alle sole condizioni di verità, il connettivo *ma* si comporta come la congiunzione *e*
- In FOL, quindi, possiamo approssimare il connettivo avversativo *ma* con la semplice congiunzione:

  piove ma non fa freddo

  Piove() $\wedge$ $\neg$FaFreddo()
- Altri connettivi non booleani possono essere approssimati in modo analogo, ad esempio

  è inverno, ma piove invece di nevicare

  Inverno() $\wedge$ Piove() $\wedge$ $\neg$Nevica()
- I connettivi *quindi*, *perché* e analoghi saranno brevemente analizzati nella parte IV

Connettivi fra sintagmi nominali

- Nel linguaggio ordinario i connettivi a volte connettono non interi enunciati, ma altri tipi di espressioni linguistiche, come ad esempio sintagmi nominali:

  i cani e i gatti sono animali domestici
- In questo caso occorre fare molta attenzione alla traduzione: infatti la formula

  $\forall$x [Cane(x) $\wedge$ Gatto(x) $\rightarrow$ AnimDom(x)]

  non tradurrebbe correttamente l'enunciato, in quanto significa

  tutti gli individui che sono (contemporaneamente) cani e gatti sono animali domestici

Connettivi fra sintagmi nominali (2)

- L'enunciato originale va visto come un'abbreviazione dell'enunciato

  i cani sono animali domestici
  e i gatti sono animali domestici

  che si formalizza come

  $\forall x\, [\text{Cane}(x) \rightarrow \text{AnimDom}(x)]$
  $\wedge\ \forall x\, [\text{Gatto}(x) \rightarrow \text{AnimDom}(x)]$

  o, con una formula equivalente, come

  $\forall x\, [\text{Cane}(x) \vee \text{Gatto}(x) \rightarrow \text{AnimDom}(x)]$

Quantificatori sottintesi

- Nel linguaggio ordinario il quantificatore universale è spesso sottinteso:

  gli alberi sono vegetali

  $\forall x\, [\text{Albero}(x) \rightarrow \text{Vegetale}(x)]$

  chi dorme non piglia pesci

  $\forall x\, [\text{Dorme}(x) \rightarrow \neg\exists y\, [\text{Pesce}(y) \wedge \text{Piglia}(x,y)]]$

  o equivalentemente

  $\forall x\, [\text{Dorme}(x) \rightarrow \forall y\, [\text{Pesce}(y) \rightarrow \neg\text{Piglia}(x,y)]]$

- In certi casi si usa il quantificatore universale per approssimare il quantificatore sfumato *generalmente* o *normalmente*, spesso sottinteso:

  (generalmente) le madri amano i propri figli

  $\forall x\, \forall y\, [\text{MadreDi}(x,y) \rightarrow \text{Ama}(x,y)]$

Articoli

- Occorre fare molta attenzione alla traduzione degli articoli dell'italiano, che spesso danno luogo a più interpretazioni, ad esempio:

  il cane abbaia

  interpretazione specifica (*quel cane lì abbaia*)
  Abbaia(Ix Cane(x))

  interpretazione generica (*in generale i cani abbaiano*)
  $\forall$x [Cane(x) $\rightarrow$ Abbaia(x)]

  un cane abbaia

  interpretazione specifica (*c'è un cane che abbaia*)
  $\exists$x [Cane(x) $\wedge$ Abbaia(x)]

  interpretazione generica (*in generale i cani abbaiano*)
  $\forall$x [Cane(x) $\rightarrow$ Abbaia(x)]

Articoli (2)

i cani abbaiano (*tutti i cani abbaiano*)
$\forall$x [Cane(x) $\rightarrow$ Abbaia(x)]

dei cani abbaiano (*almeno due cani abbaiano*)
$\geq$2x [Cane(x) $\wedge$ Abbaia(x)]

- C'è poi una sottile differenza fra

  Andrea è italiano

  Andrea è un italiano

  Questa differenza può essere colta dalle due traduzioni seguenti:

  Italiano(Andrea)

  $\exists$x [(x = Andrea) $\wedge$ Italiano(x)]

  che sono comunque equivalenti dal punto di vista del valore di verità

Pronomi personali

- I pronomi personali (*io*, *tu* e così via) sono termini referenziali il cui referente viene determinato tenendo conto del contesto di enunciazione (che comprende anche il parlante e il destinatario)
- In FOL risolviamo il riferimento dei pronomi personali utilizzando costanti individuali:

  Andrea a Barbara: *Camilla mi piace*

  PiaceA(Camilla,Andrea)

  Barbara ad Andrea: *a me no*

  ¬PiaceA(Camilla,Barbara)

Aggettivi possessivi

- Gli aggettivi possessivi (*mio*, *tuo*, ...) vanno risolti mettendo in luce quale sia la relazione fra gli individui coinvolti:

  Andrea: *un mio cavallo è malato*

  ∃x [Cavallo(x) ∧ Possiede(Andrea,x) ∧ Malato(x)]

  Barbara: *la mia automobile è vecchia*

  Vecchia(Ix [Auto(x) ∧ Possiede(Barbara,x)])

  Claudia: *mi brucia la gola (= la mia gola brucia)*

  Brucia(Ix [Gola(x) ∧ ParteDelCorpoDi(x,Claudia)])

Frasi relative

- Le frasi relative vengono tradotte utilizzando descrizioni definite e congiunzioni:

  l'uomo che saluta Barbara è antipatico

  è antipatico l'x tale che: x è un uomo e x saluta Barbara

  Antipatico(Ix [Uomo(x) ∧ Saluta(x,Barbara)])

  Barbara è la ragazza che abita a Bellinzona

  Barbara è l'x tale che: x è una ragazza e x abita a Bellinzona

  Barbara = Ix [Ragazza(x) ∧ Abita(x,Bellinzona)]

Frasi relative (2)

- Attenzione alla differenza fra le frasi relative
  - restrittive, come

    il professore che insegna logica è italiano

    (l'unico individuo del mondo del discorso che sia professore e insegni logica è italiano)

    Italiano(Ix [Prof(x) ∧ Insegna(x,Logica)]
  - non restrittive, come

    il professore, che insegna logica, è italiano

    (l'unico individuo del mondo del discorso che sia professore insegna logica ed è italiano)

    Insegna(Ix Prof(x),Logica) ∧ Italiano(Ix Prof(x))

Nomi propri

- Finora abbiamo trattato i nomi propri (Andrea, Lugano, ...) come vere e proprie costanti individuali
- In realtà è più corretto vedere un nome proprio come una proprietà di un individuo o meglio, reificando i nomi propri, come una relazione binaria fra un individuo e un nome
- Il termine referenziale *Andrea* può allora tradotto come

  l'individuo il cui nome è Andrea,

  ovvero:

  Ix NomeDi(Andrea,x)

Concetti importanti

- Uso delle proposizioni atomiche
- Traduzione in FOL di:
  - connettivi non booleani
  - connettivi fra sintagmi nominali
  - quantificatori sottintesi
  - articoli
  - frasi relative (restrittive e non restrittive)
  - pronomi personali
  - aggettivi possessivi
  - nomi propri